



Akurasi dan Fleksibilitas: Perbandingan Metode Konvensional dan Kontinu dalam Pengukuran Koefisien Muai Panjang Logam

Stephanus Ivan Goenawan

Program Studi Teknik Industri, Fakultas Biosains, Teknologi, dan Inovasi.

Universitas Katolik Indonesia Atma Jaya

E-mail: steph.goenawan@atmajaya.ac.id

ABSTRAK

Penelitian ini membandingkan dua metode pengukuran koefisien muai panjang logam: Metode Konvensional (Diskrit) dan Metode Baru (Kontinu), dengan fokus pada efektivitas, akurasi dan fleksibilitas. Pemuaian termal adalah fenomena krusial dalam rekayasa material, dan koefisien muai panjang sangat penting untuk memprediksi perilaku logam di bawah variasi suhu guna mencegah kegagalan struktural. Metode Diskrit (MD), yang secara historis dominan, mengandalkan asumsi linieritas dan secara fundamental memerlukan panjang awal (L_0) sebagai acuan mutlak. Ketergantungan ini membatasi fleksibilitasnya dalam situasi eksperimental dinamis, di mana setiap pengukuran lanjutan tetap harus merujuk pada L_0 asli. Seiring perkembangan kalkulus numerik, Metode Kontinu (MK) dikembangkan berdasarkan prinsip diferensial, di mana koefisien muai panjang dapat dihitung dari perubahan panjang dan suhu yang infinitesimal tanpa memerlukan L_0 secara eksplisit. Pendekatan ini memungkinkan pengukuran dari titik mana pun, menjadikannya lebih adaptif untuk pengujian bertahap. Melalui simulasi numerik pada lima jenis logam, penelitian ini mengevaluasi kedua metode dalam dua skenario: pengukuran awal koefisien muai panjang dan fleksibilitas pengukuran dari suhu berbeda. Hasil menunjukkan bahwa kedua metode menghasilkan nilai koefisien muai Panjang yang sangat mendekati ketika diukur dari kondisi awal yang sama. Namun, MK terbukti jauh lebih adaptif dan efisien, karena secara konsisten menghasilkan nilai koefisien muai panjang yang valid tanpa terikat pada L_0 asli. MK dapat menggunakan data panjang yang tersedia pada saat itu sebagai acuan awal untuk pengukuran berikutnya, berbeda dengan MD yang hasilnya menjadi tidak konsisten jika tidak merujuk pada L_0 . Fleksibilitas MK ini sangat relevan untuk pengujian material dinamis dan eksperimen lanjutan di mana kondisi awal mungkin tidak selalu diketahui atau berubah. Penelitian ini menyajikan justifikasi ilmiah dan panduan praktis untuk mengadopsi MK sebagai alternatif yang lebih fleksibel dalam karakterisasi termal material modern.

Kata kunci :

Koefisien Muai Panjang, Metode Konvensional, Metode Diskrit, Metode Kontinu, Pemuaian Termal.

ABSTRACT

This study compares two methods for measuring the coefficient of linear expansion of metals: the Conventional (Discrete) Method and the New (Continuous) Method, focusing on effectiveness, accuracy, and flexibility. Thermal expansion is a crucial phenomenon in materials engineering, and the coefficient of linear expansion is crucial for predicting metal behavior under temperature variations to prevent structural failure. The historically dominant Discrete Method (MD) relies on the linearity assumption and fundamentally requires an initial length (L_0) as an absolute reference. This dependence limits flexibility in dynamic experimental situations, where subsequent measurements must reference the original L_0 . With the development of numerical calculus, the Continuous Method (MC) was developed based on the differential principle, where the coefficient of linear expansion can be calculated from infinitesimal changes in length and temperature without requiring an explicit L_0 . This approach allows measurements from any point, making it more adaptable for incremental testing. Through numerical simulations on five metals, this study evaluates both methods in two scenarios: an initial measurement of the coefficient of linear expansion and the flexibility of measurements from different temperatures. The results show that both methods produce very close linear expansion coefficient values when measured from the same initial conditions. However, MK

proved much more adaptive and efficient, consistently producing valid linear expansion coefficient values without being tied to the original L_0 . MK can use the length data available at that time as a starting point for subsequent measurements, in contrast to MD, whose results become inconsistent if not referenced to L_0 . This flexibility of MK is particularly relevant for dynamic material testing and advanced experiments where initial conditions may not always be known or may change. This study presents scientific justification and practical guidance for adopting MK as a more flexible alternative in the thermal characterization of modern materials.

Keywords :

Coefficient of Linear Expansion, Conventional Method, Discrete Method, Continuous Method, Thermal Expansion.

1. PENDAHULUAN

Pemuaian termal adalah fenomena fundamental dalam fisika material, di mana dimensi suatu benda cenderung berubah sebagai respons terhadap perubahan suhu [29]. Karakteristik ini sangat krusial dalam berbagai aplikasi rekayasa, mulai dari desain jembatan dan struktur teknik sipil, komponen mesin berkinerja tinggi hingga perangkat elektronik presisi [1] [11]. Koefisien muai panjang logam menjadi parameter kunci yang mengkuantifikasi sejauh mana suatu material akan memuai atau menyusut per satuan panjang dan per derajat perubahan suhu. Pemahaman yang akurat mengenai nilai koefisien muai panjang ini sangat penting untuk memprediksi perilaku material, khususnya logam, di bawah kondisi operasional suhu yang bervariasi dan mencegah kegagalan struktural [28].

1.1. Latar Belakang Penelitian

Secara historis, pengukuran koefisien muai panjang logam sebagian besar mengandalkan metode konvensional (diskrit). Metode ini didasarkan pada asumsi linieritas sederhana, di mana perubahan panjang logam diasumsikan berbanding lurus dengan panjang awal logam dan perubahan suhunya [22]. Meskipun metode ini relatif mudah diterapkan dan telah banyak digunakan dalam studi dasar, ketergantungannya pada panjang awal logam sebagai acuan dapat membatasi fleksibilitasnya, terutama dalam situasi eksperimental yang dinamis atau kompleks. Ketergantungan mutlak pada panjang acuan awal ini berarti bahwa setiap pengukuran lanjutan atau perubahan titik acuan suhu

akan tetap memerlukan referensi kembali ke kondisi panjang awal material untuk menjaga validitas hasil [19].

Perkembangan teknologi dan pemahaman teoretis yang lebih mendalam, khususnya dalam kalkulus numerik, telah mendorong eksplorasi metode baru yang lebih adaptif, yaitu metode kontinu. Pendekatan ini berasal dari prinsip kalkulus diferensial, di mana perubahan panjang material dikaitkan dengan panjang material saat itu dan perubahan suhu yang infinitesimal. Integrasi dari hubungan diferensial ini menghasilkan formula koefisien muai panjang logam yang secara fundamental tidak memerlukan panjang acuan awal secara eksplisit [3]. Fleksibilitas ini memungkinkan pengukuran koefisien muai panjang dilakukan dari titik pengukuran mana pun, menjadikannya lebih adaptif untuk pengujian bertahap atau berkelanjutan [9]. Pendekatan kontinu ini mencerminkan evolusi dalam pemodelan fisik material, di mana data dari setiap titik pengukuran dapat digunakan secara mandiri untuk inferensi parameter material, sangat relevan untuk material canggih dan kondisi ekstrem [16] [18].

1.2. Tujuan dan Manfaat Penelitian

Meskipun baik metode diskrit maupun kontinu menunjukkan akurasi yang sebanding ketika diuji dari titik acuan awal yang sama, fleksibilitas metode kontinu memberikan keunggulan signifikan dalam aplikasi praktis. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk membandingkan secara komprehensif efektivitas, akurasi dan fleksibilitas antara Metode Konvensional

(Diskrit) dan Metode Baru (Kontinu) dalam pengukuran koefisien muai panjang logam.

Manfaat dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan panduan praktis dan justifikasi ilmiah bagi para peneliti dan insinyur dalam memilih metode pengukuran yang paling tepat dan efisien untuk kebutuhan spesifik mereka. Dalam skenario pengujian dinamis atau ketika material mengalami siklus termal kompleks, kemampuan untuk mengukur nilai koefisien muai panjang logam tanpa terus-menerus merujuk pada panjang acuan awal yang asli adalah sebuah keuntungan substansial [20] [27]. Hal ini tidak hanya dapat menghemat waktu dan sumber daya, tetapi juga mengurangi potensi kesalahan yang mungkin timbul dari asumsi atau ketidakpastian dalam penentuan panjang acuan awal [23][30]. Kemajuan dalam sensor dan sistem akuisisi data presisi tinggi turut mendukung penerapan metode kontinu secara lebih luas, memungkinkan pencatatan perubahan panjang dan suhu dengan granularitas tinggi untuk analisis yang lebih detail [6] [8] [24].

1.3. Gambaran Singkat Hasil

Secara singkat, hasil penelitian ini menunjukkan bahwa kedua metode menghasilkan nilai koefisien muai panjang yang sangat mendekati satu sama lain ketika pengukuran dilakukan dari kondisi awal yang sama, mengindikasikan akurasi yang sebanding. Namun, perbedaan paling menonjol terletak pada aspek fleksibilitas pengukuran. Metode Kontinu (MK) terbukti jauh lebih adaptif dan efisien, karena tidak memerlukan panjang acuan awal logam secara eksplisit dan dapat menggunakan data panjang yang tersedia pada saat itu sebagai acuan awal untuk pengukuran berikutnya. Ini sangat kontras dengan Metode Diskrit (MD) yang selalu memerlukan panjang acuan awal (L_0) untuk konsistensi hasil. Fleksibilitas MK ini menjadikannya sangat relevan dalam pengujian material dinamis dan eksperimen lanjutan di mana kondisi awal dapat berubah atau tidak selalu terdokumentasi secara lengkap [10] [4] [25] [14].

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Pemuaian Termal dan Koefisien Muai Panjang

Pemuaian termal adalah fenomena fundamental dalam fisika material, di mana dimensi suatu benda cenderung berubah sebagai respons terhadap perubahan suhu [12]. Karakteristik ini sangat krusial dalam berbagai aplikasi rekayasa, mulai dari desain jembatan, komponen mesin, hingga perangkat elektronik presisi [17]. Koefisien muai panjang menjadi parameter kunci yang mengkuantifikasi sejauh mana suatu material akan memuai atau menyusut per satuan panjang dan per derajat perubahan suhu. Pemahaman yang akurat mengenai nilai koefisien muai panjang menjadi sangat penting untuk memprediksi perilaku material logam di bawah kondisi operasional suhu yang bervariasi dan mencegah kegagalan struktural [26].

Pengukuran koefisien muai panjang logam merupakan aspek penting dalam rekayasa material karena perubahan suhu dapat menyebabkan deformasi yang signifikan dalam struktur logam. Secara historis, metode konvensional (diskrit) berbasis pada formula linier sederhana telah banyak digunakan, di mana perubahan panjang logam diasumsikan berbanding lurus terhadap perubahan suhu dan panjang awal logam [12]. Meskipun metode ini relatif mudah diterapkan, ketergantungannya terhadap panjang awal sebagai acuan dapat membatasi fleksibilitasnya dalam situasi eksperimental yang dinamis.

2.2. Metode Pengukuran Koefisien Muai Panjang: Konvensional vs. Kontinu

Secara historis, pengukuran koefisien muai panjang telah banyak mengandalkan metode yang bersifat konvensional atau diskrit. Pendekatan ini didasarkan pada hubungan linier langsung antara perubahan panjang dengan panjang awal material, dan perubahan suhunya. Formula yang dihasilkan akan menekankan bahwa panjang acuan awalnya harus selalu diketahui untuk setiap perhitungan yang akurat dan konsisten. Ketergantungan mutlak pada

panjang acuan awal ini berarti bahwa setiap pengukuran lanjutan atau perubahan titik acuan suhu akan tetap memerlukan referensi kembali ke kondisi panjang awal material untuk menjaga validitas hasil [2]. Meskipun metode ini telah lama digunakan dan terbukti akurat dalam kondisi terkontrol, ketergantungannya pada Panjang acuan awal dapat menjadi pembatas, terutama dalam skenario eksperimen yang lebih kompleks atau dinamis di mana data awal mungkin sulit diperoleh secara presisi.

Perkembangan terbaru dalam teori termal dan kalkulus numerik mendorong eksplorasi metode baru yang lebih adaptif, seperti metode kontinu. Seiring dengan kemajuan teknologi pengukuran dan komputasi, pengembangan metode baru yang bersifat kontinu menjadi relevan. Metode ini berasal dari pendekatan kalkulus diferensial, di mana perubahan panjang material dikaitkan dengan panjang material saat itu dan perubahan suhu yang infinitesimal [3]. Integrasi dari hubungan diferensial ini menghasilkan formula koefisien muai panjang logam yang secara fundamental tidak memerlukan panjang acuan awal secara eksplisit. Fleksibilitas ini memungkinkan pengukuran koefisien muai panjang dilakukan dari titik pengukuran mana pun, menjadikannya lebih adaptif untuk pengujian bertahap atau berkelanjutan [5]. Pendekatan kontinu ini mencerminkan evolusi dalam pemodelan fisik material, di mana data dari setiap titik pengukuran dapat digunakan secara mandiri untuk inferensi parameter material.

2.3. Relevansi dan Tantangan dalam Pengukuran Modern

Perbandingan antara kedua metode ini menjadi sangat relevan dalam konteks penelitian material modern. Akurasi adalah elemen krusial dalam karakterisasi material, karena kesalahan kecil dalam pengukuran koefisien muai panjang dapat menyebabkan masalah serius dalam desain dan kinerja produk [27]. Meskipun metode diskrit dan kontinu menunjukkan akurasi yang sebanding ketika diuji dari titik acuan yang sama, fleksibilitas metode kontinu akan

memberikan keunggulan signifikan dalam aplikasi praktis. Dalam skenario pengujian dinamis atau ketika material mengalami siklus termal kompleks, kemampuan untuk mengukur nilai koefisien muai panjang logam tanpa terus-menerus merujuk pada panjang acuan awal logam yang asli adalah sebuah keuntungan [13][30]. Ini tidak hanya menghemat waktu dan sumber daya, tetapi juga mengurangi potensi kesalahan yang mungkin timbul dari asumsi atau ketidakpastian dalam penentuan panjang acuan awal [20].

Selain itu, kemajuan dalam sensor dan sistem akuisisi data presisi tinggi telah membuka jalan bagi penerapan metode kontinu secara lebih luas. Sensor modern mampu mencatat perubahan panjang dan suhu dengan granularitas yang sangat tinggi, memungkinkan pengolahan data yang lebih detail menggunakan prinsip-prinsip diferensial [6]. Integrasi simulasi numerik dan pemodelan komputasi juga memainkan peran penting dalam memvalidasi dan memahami perilaku material di bawah berbagai kondisi termal, melengkapi data eksperimen aktual [21]. Penelitian yang membandingkan kedua metode ini dalam simulasi perbandingan antar kedua metode secara komprehensif, seperti yang diusulkan dalam studi ini, sangat penting untuk memberikan panduan praktis bagi para peneliti dan insinyur dalam memilih metode pengukuran yang paling tepat dan efisien untuk kebutuhan spesifik mereka [7] [15].

Dengan demikian, berdasarkan tinjauan literatur, terdapat justifikasi ilmiah yang kuat untuk mengembangkan dan mengadopsi metode kontinu sebagai alternatif yang lebih adaptif dan efisien dibandingkan metode diskrit, khususnya dalam pengukuran koefisien muai panjang logam pada kondisi eksperimen kompleks dan dinamis.

3. METODE PENELITIAN

Penelitian ini mengusung pendekatan komparatif dan simulasi numerik untuk membandingkan dua metode pengukuran

koefisien muai panjang logam: Metode Konvensional (Diskrit) dan Metode Baru (Kontinu). Desain penelitian difokuskan pada analisis teoritis formula matematis dan simulasi data untuk mengevaluasi akurasi dan fleksibilitas kedua metode di bawah berbagai skenario pengukuran.

Simulasi dilakukan terhadap lima jenis logam yang diberi label A hingga E, masing-masing dengan panjang awal (L_0) dan rentang suhu tertentu. Metode Diskrit menggunakan formula klasik berbasis hubungan linier langsung antara perubahan panjang logam (ΔL), panjang awal (L_0), dan perubahan temperatur (ΔT). Sementara itu, Metode Kontinu dikembangkan berdasarkan pendekatan diferensial dari hukum pemuaian termal yang diintegrasikan menjadi formula yang tidak bergantung pada L_0 secara eksplisit.

Pengumpulan data dilakukan melalui simulasi numerik dalam tiga skenario utama: (1) perbandingan langsung nilai koefisien muai panjang antara kedua metode dari suhu awal (T_0) ke suhu menengah (T_1); (2) prediksi panjang logam pada suhu tinggi (T_2 dan T_3) menggunakan masing-masing metode; serta (3) pengujian fleksibilitas metode terhadap perubahan titik acuan pengukuran, dengan mempertimbangkan titik tengah (L_1 atau L_2) sebagai referensi baru. Data dianalisis dengan fokus pada konsistensi hasil, deviasi antar metode, serta efisiensi penggunaan panjang acuan dalam simulasi bertahap. Validitas metode diuji dengan melihat ketstabilan nilai koefisien muai yang dihasilkan di tiap titik pengukuran suhu.

3.1. Perumusan Formula Matematis

Tahap awal metodologi melibatkan perumusan ulang dan analisis mendalam terhadap formula dasar kedua metode pengukuran.

3.1.1. Metode Konvensional (Diskrit)

Metode Konvensional/Diskrit (MD) didasarkan pada asumsi bahwa perubahan pemuaian panjang (ΔL) berbanding lurus secara linier dengan panjang awal logam (L_0) dan perubahan temperatur (ΔT). Formula

dasarnya adalah $\Delta L = L_0 \alpha_0 \Delta T$. Dari sini, koefisien muai panjang (α_0) dihitung sebagai:

$$\alpha_0 = \frac{\Delta L}{L_0 \Delta T} \quad (1)$$

Di mana $\Delta L = L_p - L_q$ dan $\Delta T = T_p - T_q$, dimana $p > q$. Penting dicatat bahwa dalam Metode Diskrit, panjang acuan (L_0) harus selalu diketahui untuk perhitungan. Jika misal pengukuran dilakukan pada nilai $p=2$, dan $q=1$, formula menjadi:

$$\alpha_0 = \frac{L_2 - L_1}{L_0(T_2 - T_1)} \quad (2)$$

Ini berarti, terlepas dari titik pengukuran, referensi L_0 tetap fundamental.

3.1.2. Metode Baru (Kontinu)

Metode Baru/Kontinu (MK), dikembangkan dari pendekatan diferensial, di mana perubahan pemuaian panjang berbanding linier dengan panjang logam (L) dan perubahan temperatur yang mendekati nol (dT). Dari integrasi $dL/L = \alpha_0 dT$, diperoleh formula kontinu untuk koefisien muai panjang, dimana $p > q$, (Goenawan, 2025):

$$\alpha_0 = \frac{1}{(T_p - T_q)} \ln\left(\frac{L_p}{L_q}\right) \quad (3)$$

Perbedaan mendasar dari Metode Konvensional adalah bahwa pada MK, panjang acuan (L_0) tidak selalu diperlukan jika pengukuran dilakukan pada rentang tertentu, misalnya, $p=2$, dan $q=1$ maka pengukuran dapat dilakukan tanpa dibutuhkan acuan Panjang awal logam L_0 . Formula di atas yang diturunkan dalam bentuk p dan q tanpa butuh panjang acuan L membuat fleksibilitas dalam melakukan pengukuran nilai koefisien muai Panjang logam.

3.2. Simulasi Data dan Skenario Pengujian

Untuk membandingkan kedua metode secara kuantitatif, dilakukan simulasi perhitungan menggunakan lima jenis logam

yang berbeda (Logam A, B, C, D, E). Data simulasi mencakup panjang awal (L_0), suhu awal (T_0), suhu intermediate (T_1, T_2), dan suhu akhir (T_3), beserta pemuaian panjang logam yang sesuai pada setiap suhu tersebut (L_1, L_2, L_3). Variasi jenis logam dan rentang suhu dirancang untuk mencerminkan kondisi umum dalam simulasi eksperimen pemuaian termal.

Skenario pengujian dibagi menjadi beberapa tahap, seperti yang diuraikan dalam bagian Analisis Data dan Pembahasan:

Skenario 1: Pengukuran Koefisien Muai Panjang Awal (Tabel 1).

Perhitungan koefisien muai panjang logam (α_0) dilakukan dari L_0 pada T_0 ke L_1 pada T_1 untuk kedua metode. Tahap ini bertujuan untuk memverifikasi kesamaan hasil dasar ketika MD dan MK mengacu pada titik awal yang sama.

Skenario 2: Prediksi Perubahan Panjang Logam (Tabel 2 & 4).

Panjang logam pada suhu yang lebih tinggi (L_2 pada T_2 dan L_3 pada T_3) diprediksi menggunakan masing-masing nilai koefisien muai panjang logam yang telah dihitung dan kembali mengacu pada L_0 pada T_0 . Tahap ini menguji konsistensi prediktif kedua formula pada rentang suhu yang diperluas.

Skenario 3: Fleksibilitas Pengukuran dari Titik Intermediate (Tabel 3 & 5).

Koefisien muai Panjang logam diukur kembali menggunakan rentang suhu yang berbeda, seperti dari T_1 ke T_2 dan dari T_1 ke T_3 atau T_2 ke T_3 . Pada skenario ini, fleksibilitas MK diuji dengan memungkinkannya menggunakan L_1 atau L_2 sebagai panjang acuan awal, sementara MD akan selalu dihitung ulang dengan mengacu pada L_0 . Tahap ini krusial untuk membuktikan keunggulan adaptabilitas MK dalam aplikasi praktis.

3.3. Analisis Data

Data yang dihasilkan dari simulasi numerik dianalisis secara kuantitatif. Perbandingan dilakukan terhadap:

Nilai α_0 : Membandingkan besaran koefisien muai panjang yang dihasilkan oleh MD dan MK pada berbagai skenario.

Konsistensi Hasil: Menilai apakah nilai α_0 yang dihitung konsisten di seluruh skenario pengujian, terutama ketika titik acuan pengukuran diubah.

Fleksibilitas Penggunaan: Mengevaluasi sejauh mana setiap metode dapat digunakan tanpa ketergantungan pada panjang acuan L_0 yang mutlak.

Analisis ini didasarkan pada perbandingan langsung nilai numerik yang disajikan dalam tabel hasil simulasi, menyoroti perbedaan dan kesamaan antara kedua metode dalam konteks akurasi dan adaptabilitas.

Rangkaian simulasi dan perbandingan kuantitatif ini memberikan dasar empiris untuk mengevaluasi efektivitas, akurasi, dan adaptabilitas masing-masing metode, serta relevansinya dalam kondisi pengukuran dinamis. Penggunaan pendekatan kalkulus pada MK menunjukkan keunggulan dalam konteks fleksibilitas penggunaan data pengukuran terakhir sebagai referensi baru, yang sangat berguna dalam praktik pengujian material modern [5].

4. ANALISA DATA DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini membandingkan dua pendekatan dalam mengukur koefisien muai panjang logam, yakni metode konvensional atau metode diskrit (MD) dan metode baru atau metode kontinu (MK). Metode konvensional mengharuskan penggunaan panjang acuan awal (L_0) untuk menentukan besarnya pemuaian, sedangkan metode kontinu menggunakan pendekatan kalkulus dengan mempertimbangkan perubahan suhu mendekati nol dan memungkinkan pengukuran tanpa bergantung pada panjang acuan tetap.

Bagian ini menyajikan analisis data yang diperoleh dari simulasi perhitungan koefisien muai panjang logam menggunakan dua metode: Metode Konvensional (Diskrit)

dan Metode Baru (Kontinu). Pembahasan akan berfokus pada perbandingan hasil, fleksibilitas, dan implikasi dari kedua metode tersebut.

4.1. Analisis Metode Pengukuran Koefisien Muai Panjang

Ada dua pendekatan utama untuk mengukur koefisien muai panjang logam: Metode Konvensional (Diskrit) dan Metode Baru (Kontinu). Meskipun keduanya bertujuan untuk menghitung seberapa banyak suatu logam memuai saat dipanaskan, cara kerja dan kebutuhannya sangat berbeda.

4.1.1. Metode Konvensional (Diskrit)

Metode Konvensional atau yang disebut juga Metode Diskrit, bekerja dengan asumsi sederhana yaitu perubahan panjang sebuah logam berbanding lurus dengan panjang awal logam itu sendiri dan seberapa banyak suhunya berubah. Jadi, untuk menghitung koefisien muai panjang, kita perlu tahu berapa panjang awal logam sebelum dipanaskan, berapa panjangnya setelah dipanaskan dan berapa perubahan suhunya.

Yang paling penting dari metode ini adalah kita harus selalu mengetahui panjang awal logam pada kondisi referensi (L_0). Ibaratnya, jika kita ingin mengukur seberapa panjang sebatang rel kereta api memuai, Anda harus tahu berapa panjang rel tersebut pada suhu ruangan normal sebagai titik awal pengukuran. Bahkan jika kita mengukur pemuaian dari suhu yang sudah lebih tinggi (misalnya, dari 50°C ke 100°C), Metode Diskrit tetap mengharuskan kita kembali merujuk pada panjang riel tersebut pada suhu referensi awal (L_0) untuk mendapatkan

hasil yang konsisten. Ketergantungan pada panjang awal mutlak ini adalah karakteristik utama Metode Diskrit.

4.1.2. Metode Baru (Kontinu)

Sebaliknya, Metode Baru atau Metode Kontinu (MK), dikembangkan dengan pendekatan yang lebih maju, yaitu menggunakan prinsip kalkulus. Metode ini berfokus pada bagaimana perubahan panjang logam terjadi secara bertahap seiring dengan perubahan suhu yang sangat kecil.

Perbedaan utamanya adalah kita tidak selalu perlu mengetahui panjang awal logam (L_0) pada suhu referensi. Metode Kontinu jauh lebih fleksibel. Kita dapat mengukur panjang logam di dua titik suhu yang berbeda secara berurutan (misalnya, panjang pada suhu 50°C dan panjang pada suhu 100°C), lalu langsung menghitung koefisien muai panjangnya dari dua data tersebut. Kita tidak perlu kembali mencari tahu atau mengukur panjang logam pada suhu referensi awal. Fleksibilitas inilah yang membuat Metode Kontinu lebih praktis dan efisien untuk digunakan dalam berbagai kondisi pengukuran di mana panjang awal mutlak mungkin sulit diakses atau ditentukan secara akurat [3].

4.2. Perbandingan Koefisien Muai Panjang

Simulasi awal untuk menghitung perbandingan nilai koefisien muai panjang (α_0) dari lima jenis logam (A, B, C, D, E) dengan menggunakan dua metode disajikan pada Tabel 1. Dalam simulasi ini, pengukuran dilakukan dari panjang awal (L_0) pada suhu awal (T_0) ke panjang akhir (L_1) pada suhu akhir (T_1).

Tabel 1. Perbandingan Perhitungan Koefisien Muai Panjang antara Metode Diskrit (MD) dan Kontinu (MK)

No.	Jenis	L_0 (m)	T_0 (C)	T_1 (C)	L_1 (m)	$\alpha_0(C^{-1}) \times 10^{-5}$ MD	$\alpha_0(C^{-1}) \times 10^{-5}$ MK
1	logam A	0,800	10	100	0,802	2,777778	2,774311
2	logam B	0,900	15	110	0,903	3,508772	3,502937
3	logam C	1,000	20	120	1,004	4,000000	3,992021
4	logam D	1,100	25	130	1,105	4,329004	4,319195
5	logam E	1,200	30	140	1,206	4,545455	4,534129

Hasil simulasi dalam Tabel 1 menunjukkan bahwa nilai koefisien muai panjang yang dihasilkan oleh kedua metode memiliki perbedaan yang sangat kecil, namun konsisten, yang menunjukkan bahwa keduanya memiliki akurasi yang sebanding. Misalnya, untuk logam A, metode MD menghasilkan nilai α_0 sebesar $2,777778 \times 10^{-5}/C$, sedangkan metode MK memberikan $2,774311 \times 10^{-5}/C$. Nilai dari Metode Kontinu (MK) cenderung sedikit lebih rendah dibandingkan Metode Diskrit (MD). Perbedaan ini dapat diatributkan pada asumsi linieritas absolut pada MD versus

pendekatan diferensial yang lebih presisi pada MK, terutama untuk perubahan suhu yang signifikan [2]. Hasil ini mengindikasikan bahwa kedua metode secara fundamental menghasilkan nilai yang serupa ketika menggunakan titik acuan awal yang sama.

4.3. Prediksi Perubahan Panjang Logam (L₂)

Untuk lebih memahami perbedaan kedua metode, simulasi dilakukan untuk memprediksi panjang logam (L₂) pada suhu yang lebih tinggi (T₂), dimulai dari panjang L₀ pada suhu T₀. Hasilnya disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Pencarian Panjang Logam (L₂) Hasil Pemanasan dari suhu T₀ ke suhu T₂

No.	Jenis	L ₀ (m)	T ₀ (C)	T ₂ (C)	L ₂ (m)_MD	L ₂ (m)_MK
1	logam A	0,800	10	200	0,804222	0,804228
2	logam B	0,900	15	210	0,906158	0,906169
3	logam C	1,000	20	220	1,008000	1,008016
4	logam D	1,100	25	230	1,109762	1,109783
5	logam E	1,200	30	240	1,211455	1,211481

Tabel 2 menunjukkan bahwa nilai panjang L₂ yang diprediksi oleh kedua metode juga sangat dekat. Perbedaan tetap ada pada digit desimal terakhir, di mana MK menghasilkan nilai L₂ yang sedikit lebih besar. Konsistensi ini menegaskan bahwa kedua formula, meskipun diturunkan dari asumsi yang berbeda, memberikan hasil prediksi panjang yang hampir identik dalam rentang suhu yang diperluas.

4.3. Fleksibilitas Pengukuran Koefisien Muai Panjang dari Titik Intermediate

Uji fleksibilitas menjadi krusial untuk membandingkan kedua metode. Pada Tabel 3, koefisien muai panjang diukur kembali, namun dimulai dari suhu T₁ ke T₂, dengan menggunakan L₁ sebagai panjang awal untuk Metode Kontinu, sementara Metode Diskrit masih memerlukan L₀ sebagai acuan asli.

Tabel 3. Perbandingan Koefisien Muai Panjang Logam Mulai dari suhu T₁ hingga T₂

No.	Jenis	L ₁ (m)	T ₁ (C)	T ₂ (C)	L ₂ (m) MD	L ₂ (m) MK	$\alpha_0(C^{-1}) \times 10^{-5}$ MD acuan L ₀	$\alpha_0(C^{-1}) \times 10^{-5}$ MD acuan L ₁	$\alpha_0(C^{-1}) \times 10^{-5}$ MK acuan L ₁
1	logam A	0,802	100	200	0,804222	0,804228	2,777778	2,770851	2,774311
2	logam B	0,903	110	210	0,906158	0,906169	3,508772	3,497115	3,502937
3	logam C	1,004	120	220	1,008000	1,008016	4,000000	3,984064	3,992021
4	logam D	1,105	130	230	1,109762	1,109783	4,329004	4,309416	4,319195
5	logam E	1,206	140	240	1,211455	1,211481	4,545455	4,522840	4,534129

Dari Tabel 3, terlihat jelas bahwa agar hasil koefisien muai panjang pada Metode Diskrit tetap konsisten dengan nilai awal (Tabel 1), ia harus tetap mengacu pada

panjang awal L₀. Jika MD menggunakan L₁ sebagai acuan, nilai α_0 yang dihasilkan akan sedikit berbeda, menunjukkan ketergantungannya pada kondisi awal yang mutlak.

Sebaliknya, Metode Kontinu (MK) secara konsisten menghasilkan nilai α_0 yang sama seperti di Tabel 1, meskipun dihitung dari L_1 sebagai panjang acuan awal. Ini membuktikan bahwa MK memiliki fleksibilitas yang jauh lebih tinggi karena tidak terikat pada panjang acuan L_0 yang asli, melainkan dapat menggunakan panjang logam pada titik pengukuran mana pun sebagai acuan awal.

Tabel 4. Pencarian panjang logam (L_3) hasil pemanasan dari suhu T_0 ke suhu T_2

No.	Jenis	L_0 (m)	T_0 (C)	T_3 (C)	L_3 (m)_MD	L_3 (m)_MK
1	logam A	0,800	10	300	0,806444	0,806462
2	logam B	0,900	15	310	0,909316	0,909349
3	logam C	1,000	20	320	1,012000	1,012048
4	logam D	1,100	25	330	1,114524	1,114587
5	logam E	1,200	30	340	1,216909	1,216986

Tabel 4 kembali menunjukkan konsistensi prediksi panjang antara kedua metode, dengan MK menghasilkan nilai yang sedikit lebih besar. Namun, keunggulan metode MK semakin terlihat saat dilakukan perhitungan lanjutan, seperti pada Tabel 3 dan 5, di mana pengukuran dilakukan dari suhu T_1 ke T_2 dan T_2 ke T_3 . Dalam konteks ini, metode MK menunjukkan fleksibilitas

4.5. Fleksibilitas Lanjutan untuk Rentang Suhu yang Lebih Luas

Untuk memperkuat bukti fleksibilitas MK, simulasi dilakukan untuk memprediksi panjang logam (L_3) pada suhu T_3 yang lebih tinggi (Tabel 4) dan kemudian mengukur kembali koefisien muai panjang dari berbagai titik awal, suhu T_1 ke T_3 dan T_2 ke T_3 seperti yang disajikan pada Tabel 4.

tinggi karena tidak memerlukan kembali data L_0 , melainkan cukup menggunakan panjang logam terakhir (L_1 atau L_2) yang telah tersedia. Sebaliknya, metode MD tetap membutuhkan nilai L_0 agar hasilnya konsisten dengan pengukuran awal.

Tabel 5. Perbandingan Koefisien Muai Panjang Logam Mulai dari suhu T_1 ke T_3 dan T_2 ke T_3

No.	Jenis	$\alpha_0(C^{-1}) \times 10^{-5}$ MD T1-T3 acuan L_0	$\alpha_0(C^{-1}) \times 10^{-5}$ MD T1-T3 acuan L_1	$\alpha_0(C^{-1}) \times 10^{-5}$ MD T2-T3 acuan L_0	$\alpha_0(C^{-1}) \times 10^{-5}$ MD T2-T3 acuan L_2	$\alpha_0(C^{-1}) \times 10^{-5}$ MK T1- T3 acuan L_1	$\alpha_0(C^{-1}) \times 10^{-5}$ MK T2- T3 acuan L_2
1	logam A	2,777778	2,770851	2,777778	2,763194	2,774311	2,774311
2	logam B	3,508772	3,497115	3,508772	3,484928	3,502937	3,502937
3	logam C	4,000000	3,984064	4,000000	3,968254	3,992021	3,992021
4	logam D	4,329004	4,309416	4,329004	4,290925	4,319195	4,319195
5	logam E	4,545455	4,522840	4,545455	4,502476	4,534129	4,534129

Hasil pada Tabel 5 lebih lanjut memperkuat temuan sebelumnya. Terbukti secara analitis bahwa untuk Metode Diskrit (MD), pengukuran koefisien muai panjang harus tetap menggunakan panjang acuan (L_0) agar hasilnya konsisten dengan nilai yang ditemukan pada Tabel 1. Dalam Tabel 5, perbedaan hasil pengukuran semakin

menegaskan bahwa metode MK tetap konsisten tanpa perlu menyesuaikan kembali panjang acuan. Misalnya, pada logam D, koefisien muai berdasarkan MD dengan acuan L_2 adalah $4,290925 \times 10^{-5}/C$, sedangkan MK langsung memberikan hasil $4,319195 \times 10^{-5}/C$ dari data L_2 yang sama, tanpa perlu mengacu kembali ke L_0 . Jika

MD menggunakan panjang logam pada suhu T_1 (L_1) atau T_2 (L_2) sebagai acuan, nilai koefisien muai panjang yang dihasilkan akan berbeda secara signifikan dari nilai awal yang "benar".

Sebaliknya, pada Metode Kontinu (MK), pengukuran koefisien muai panjang logam tidak memerlukan penggunaan panjang acuan L_0 . MK dapat menggunakan data panjang yang tersedia pada saat itu, seperti L_1 atau L_2 , sebagai panjang awal untuk rentang suhu berikutnya. Ini menunjukkan bahwa pengukuran nilai koefisien muai panjang logam menggunakan Metode Kontinu jauh lebih fleksibel dibandingkan dengan Metode Diskrit, yang selalu memerlukan pengetahuan tentang nilai panjang acuan L_0 . Fleksibilitas ini sangat menguntungkan dalam aplikasi praktis di mana panjang awal pada T_0 mungkin tidak selalu mudah diakses atau diketahui secara presisi [17].

Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa Metode Kontinu tidak hanya memberikan hasil yang mendekati akurat seperti metode diskrit, tetapi juga lebih adaptif dan efisien dalam praktik pengukuran lanjutan yang tidak selalu memungkinkan untuk mengetahui nilai panjang awal secara presisi. Hal ini sangat berguna dalam kondisi pengujian dinamis, di mana variabel awal dapat berubah atau tidak terekam sempurna.

Secara teoritis, fleksibilitas metode MK mencerminkan kemajuan dalam penerapan model kalkulus dalam pengukuran material, mendukung temuan-temuan sebelumnya yang menunjukkan bahwa pendekatan berkelanjutan (kontinu) dalam permodelan fisik dapat mengurangi ketergantungan terhadap variabel awal secara eksplisit.

SIMPULAN

Penelitian ini telah membandingkan dua pendekatan dalam pengukuran koefisien muai panjang logam, yaitu Metode Diskrit (MD) yang bersifat konvensional dan Metode Kontinu (MK) yang berbasis

pendekatan kalkulus. Berdasarkan hasil simulasi terhadap lima jenis logam dalam berbagai rentang suhu, ditemukan bahwa kedua metode menghasilkan nilai koefisien muai panjang yang sangat mendekati satu sama lain ketika pengukuran dilakukan dari kondisi awal yang sama (menggunakan panjang acuan L_0). Perbedaan kecil yang hanya tampak pada digit desimal terakhir menunjukkan bahwa akurasi keduanya sebanding. Hal ini dapat dijelaskan melalui perbedaan asumsi dasar: MD mengandalkan linieritas absolut antara panjang dan suhu, sementara MK menggunakan pendekatan diferensial yang lebih presisi, terutama pada rentang suhu yang lebih luas.

Meskipun demikian, perbedaan paling menonjol antara keduanya terletak pada aspek fleksibilitas pengukuran. Metode Diskrit (MD) memerlukan panjang acuan awal (L_0) sebagai referensi utama dalam setiap tahapan perhitungan, termasuk saat dilakukan pengukuran lanjutan dari kondisi atau titik suhu baru. Jika MD menggunakan panjang logam yang diukur pada suhu sebelumnya sebagai acuan baru tanpa kembali merujuk ke L_0 , maka hasil koefisien muai panjang yang diperoleh akan bergeser dan tidak konsisten dengan hasil awal. Ketergantungan ini menjadikan MD kurang adaptif dalam praktik eksperimental yang bersifat dinamis atau bertahap.

Sebaliknya, Metode Kontinu (MK) menunjukkan keunggulan yang signifikan dari sisi adaptabilitas. MK tidak membutuhkan panjang acuan L_0 secara eksplisit karena dapat menggunakan panjang logam terakhir yang tersedia dari pengukuran sebelumnya (misalnya L_1 atau L_2) sebagai dasar pengukuran berikutnya. Hasil simulasi menunjukkan bahwa nilai koefisien muai panjang yang dihasilkan MK tetap konsisten meskipun titik awal pengukuran berganti. Hal ini membuktikan bahwa MK lebih fleksibel dan efisien untuk digunakan dalam pengukuran bertahap, terutama ketika informasi tentang panjang awal tidak tersedia secara presisi atau sulit diperoleh di lapangan.

Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa Metode Kontinu (MK) tidak hanya mampu menghasilkan nilai yang setara secara akurat dengan Metode Diskrit (MD), tetapi juga secara signifikan lebih unggul dalam fleksibilitas, adaptivitas dan efisiensi dalam aplikasi praktis. Keunggulan ini sangat relevan dalam pengujian material dinamis dan eksperimen lanjutan, di mana kondisi awal dapat berubah atau tidak selalu terdokumentasi secara lengkap. Dari perspektif teoretis, tiga keunggulan MK di atas mencerminkan kemajuan penting dalam penerapan model kalkulus berkelanjutan dalam pengukuran fisik, sekaligus mengurangi ketergantungan eksplisit terhadap variabel awal.

DAFTAR PUSTAKA

1. Ammendola, M., Kedir, N., Ghoshal, A., Slapikas, R., & Wolfe, D. (2025). Mechanical properties of ultra-high temperature ceramic matrix composites (UHTCMCs): A review. *Ceramics International*. <https://doi.org/10.1016/j.ceramint.2025.04.293>.
2. Coccia, Mario. (2020). The evolution of scientific disciplines in applied sciences: dynamics and empirical properties of experimental physics. Springer. <https://doi.org/10.1007/s11192-020-03464-y>.
3. Goenawan, S I. (2025). Pengukuran Koefisien Pemuaian Panjang Logam Dengan Metode Kontinu Kalkulus (MKK) Dan Metode Kontinu Pendekatan (MKP). Paten. Direktorat Jenderal Kekayaan Intelektual (DJKI) Kementerian Hukum dan Hak Asasi Manusia.
4. Gu, T., Qian, X., & Lou, P. (2021). Research on Temperature Compensation Method in Crankshaft Online Measurement System. *Applied Sciences*, 11(16), 7558. <https://doi.org/10.3390/app11167558>.
5. Gurmesa, F. D., & Lemu, H. G. (2023). Literature Review on Thermomechanical Modelling and Analysis of Residual Stress Effects in Wire Arc Additive Manufacturing. *Metals*, 13(3), 526. <https://doi.org/10.3390/met13030526>.
6. Hassani, S., & Dackermann, U. (2023). A Systematic Review of Advanced Sensor Technologies for Non-Destructive Testing and Structural Health Monitoring. *Sensors*, 23(4), 2204. <https://doi.org/10.3390/s23042204>.
7. Kim, Myungjae., iho Kim., Hyokyeong Kim., Jiwoong Kim. (2024). High-throughput data-driven machine learning prediction of thermal expansion coefficients of high-entropy solid solution carbides. *International Journal of Refractory Metals and Hard Materials*, 122, August 2024. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmhm.2024.106738>.
8. Kuchler, R., Wawrzynczak, R., Gooth, J., & Galeski, S. (2023). New applications for the world's smallest high-precision capacitance dilatometer and its stress-implementing counterpart. <https://doi.org/10.1063/5.0141974>.
9. Langreiter, T., & Kahlenberg, V. (2015). TEV—A Program for the Determination of the Thermal Expansion Tensor from Diffraction Data. *Crystals*, 5(1), 143–153. <https://doi.org/10.3390/crust5010143>.
10. Li, Q., Onuki, Y., & Sun, Q. (2021). Tailoring thermal expansion of shape memory alloys through designed reorientation deformation. *Acta Materialia*, 218, 117201. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2021.117201>.
11. Li, S., Yue, X., Li, Q., Peng, H., Dong, B., Liu, T., Yang, H., Fan, J., Shu, S., Qiu, F., & Jiang, Q. (2023). Development and applications of aluminum alloys for aerospace industry.

- Journal of Materials Research and Technology, 27, 944–983. <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2023.09.274>.
12. Liu, Z.-K., Shang, S.-L., & Wang, Y. (2017). Fundamentals of Thermal Expansion and Thermal Contraction. Materials, 10(4), 410. <https://doi.org/10.3390/ma10040410>.
13. Mendes, S., Filho, J., Melo, A., & Nunes, L. (2020). Determination of thermal expansion coefficient of a monofilament polyamide fiber using digital image correlation. Polymer Testing, 87, 106540. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2020.106540>.
14. Moradi, A., Ansari, R., Hassanzadeh-Aghdam, M. K., & Jamali, J. (2024). Numerical prediction of thermal conductivity and thermal expansion coefficient of glass fiber-reinforced polymer hybrid composites filled with hollow spheres. *Journal of Composite Materials*. https://doi.org/10.1177_00219983241235857.
15. Neumeier, J. J., Shvyd'ko, Y. V., & Haskel, D. (2024). Thermal expansion of 4H and 6H SiC from 5 K to 340 K. Journal of Physics and Chemistry of Solids, 187, 111860. <https://doi.org/10.1063/5.0091377>.
16. Oliva, A., Lugo, J., Gurubel-Gonzalez, R., Centeno, R., Corona, J., & Avilés, F. (2017). Temperature coefficient of resistance and thermal expansion coefficient of 10-nm thick gold films. Thin Solid Films, 623, 84–89. <https://doi.org/10.1016/j.tsf.2016.12.028>.
17. Ortega, Euth Ortiz., Hamed Hosseiniyan., Ingrid Berenice Aguilar Meza., María José Rosales López., Andrea Rodríguez Vera., Samira Hosseini. (2022). Material Characterization Techniques and Applications. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-981-16-9569-8>.
18. Peng, J., Harsha Gunda, N., Bridges, C. A., Lee, S., Allen Haynes, J., & Shin, D. (2022). A machine learning approach to predict thermal expansion of complex oxides. Computational Materials Science, 210, 111034. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2021.111034>.
19. Rajak, Neeraj K., Neha Kondedan., Husna Jan., Muhammed Dilshah., S D Navya., Aswathy Kaipamangalath., Manoj Ramavarma., Chandras Bansal., and Deepshikha Jaiswal-Nagar. (2021). Setup of high resolution thermal expansion measurements in closed cycle cryostats using capacitive dilatometers. Journal of Physics Communications. <https://doi.org/10.1088/2399-6528/ac3a44>.
20. Robertson, S., McClintock, A., Jolley, K., Zhou, H., Davis, S., Wu, H., Liu, C., Doak, S., & Zhou, Z. (2024). Measuring coefficient of thermal expansion of materials of micrometre size using SEM/FIB microscope with in situ MEMS heating stage. Journal of Microscopy, 295(2), 191–198. <https://doi.org/10.1111/jmi.13290>.
21. Rodriguez, D., Sim, H. S., Choi, E., Kim, S., Nam, J., Kim, S., & Hong, S. L. (2025). Computational fracture and thermal analysis of glass-ceramics using ReaxFF reactive molecular dynamics simulations. Heliyon, 11(3), e42333. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2025.e42333>.
22. Sato, Y., and T. Taira. (2022). Comparative study on the linear thermal expansion coefficient of laser host crystals by first principles calculations. Opt. Mater. Express, 12, 1397–1407. <https://doi.org/10.1364/OME.450163>.
23. Šafaric, J., Dolšak, B., Klobučar, R., & Ačko, B. (2020). Analysis of thermal contribution to the measurement uncertainty in step gauge calibration. Precision Engineering, 66, 52–61.

- [https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2020.06.012.](https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2020.06.012)
24. Shardakov, I. N., & Trufanov, A. N. (2021). Identification of the Temperature Dependence of the Thermal Expansion Coefficient of Polymers. *Polymers*, 13(18), 3035. <https://doi.org/10.3390/polym13183035>.
25. Wong, V., Ezugwu, S., & Fanchini, G. (2024). Contactless Scanning Near-Field Optical Dilatometry Imaging at the Nanoscale. *Advanced Materials Interfaces*, 11(12), 2300806. <https://doi.org/10.1002/admi.202300806>.
26. Wu, B., Wang, K., Zeng, T., Weng, W., Xia, Z., Su, Z., & Xie, F. (2025). Experimental Study on Thermal Decomposition Temperature and Thermal Expansion Coefficient of Typical Nonmetallic Materials in Aeroengine Components. *Materials*, 18(6), 1250. <https://doi.org/10.3390/ma18061250>.
27. Yang, Z., Ji, W., Yue, W., Jun, Y. Y., & Jing, C. (2025). Research on testing technology for ultra low thermal expansion coefficient. *Measurement: Sensors*, 38, 101641. <https://doi.org/10.1016/j.measen.2024.101641>.
28. Youwei Yang., YiMeng Zhu., CuiPing Yu. (2025). Measurement of Coefficient of Thermal Expansion of Metallic Materials from 20 to 150 K by Speckle Interferometry. *International Journal of Thermophysics*. <http://dx.doi.org/10.1007/s10765-025-03591-9>.
29. Zhao, L., Tang, J., Zhou, M., & Shen, K. (2022). A review of the coefficient of thermal expansion and thermal conductivity of graphite. *New Carbon Materials*, 37(3), 544–555. [https://doi.org/10.1016/S1872-5805\(22\)60603-6](https://doi.org/10.1016/S1872-5805(22)60603-6).
30. Zhao, W., Sun, H., & Ma, L. (2023). In-situ Thermal Expansion Measurement of Shape Memory Alloys Under Cyclic Loading. *Materials Letters*, 333, 133590. <https://doi.org/10.1016/j.matlet.2022.133590>.